PAŃSTWOWA WYŻSZA SZKOŁA ZAWODOWA W CHEŁMIE
INSTYTUT MATEMATYKI i INFORMATYKI
22-100 Chełm, ul. Pocztowa 54
tel./fax. (082) 562 11 24

KONKURS MATEMATYCZNY

im. Samuela Chróścikowskiego

8 kwiecień 2016r.   godz. 10.00

Nazwisko i imię: ....

Pesel: ....

Kategoria I   **nr testu:** ....

Wyrażam zgodę na przetwarzanie moich danych osobowych w zakresie związanym z przeprowadzeniem Konkursu.

Podpis: ....

Instrukcja wstępna:

Test składa się z 20 zadań zamkniętych i 2 zadań otwartych. Każde zadanie zamknięte zawiera informacje wstępne oraz trzy propozycje rozwiązań poprzedzone pustymi prostokątami. W każdy prostokąt należy wpisać TAK lub NIE.

Za każdą z poprawnie udzielonych odpowiedzi w poszczególnych zadaniach uczestnik otrzyma 1 pkt. Jeśli wszystkie trzy udzielone odpowiedzi będą prawidłowe uczestnik dodatkowo otrzymuje 1 pkt. Brak odpowiedzi na pytanie będzie traktowane jako odpowiedź błędna. Za każde zadanie otwarte można otrzymać maksymalnie 5 pkt.

W trakcie rozwiązywania zadań pomocnicze obliczenia można wykonywać jedynie na kartkach załączonych do testu. W czasie trwania testu nie można korzystać z tablic matematycznych, kalkulatorów i innych pomocy naukowych.

POWODZENIA !!!!!!!!!!

Zadanie 1. Trzecią cyfrą po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby π jest:

☐ a) 7,

☐ b) 8,

☐ c) 9.

Zadanie 2. Do przedziału $(50, 60)$ należy:

☐ a) mniej niż pięć liczb pierwszych,

☐ b) mniej niż cztery liczby pierwsze,

☐ c) mniej niż trzy liczby pierwsze.

Zadanie 3. Rozwinięcie dwumianu $\left(\sqrt[6]{2016} + \sqrt[9]{2016}\right)^{21}$ zawiera:

☐ a) mniej niż pięć wyrazów wymiernych,

☐ b) mniej niż cztery wyrazy wymierne,

☐ c) mniej niż trzy wyrazy wymierne.

Zadanie 4. Różnym literom odpowiadają różne cyfry. Jeśli $P \cdot W \cdot S \cdot Z = 2016$, to:

☐ a) $P + W + S + Z > 25$,

☐ b) $P + W + S + Z > 28$,

☐ c) $P + W + S + Z > 22$.

Zadanie 5. Czworo studentów: P, W, S, Z wypowiedziało zdania

P : W, S i Z to mężczyźni,
W : P, S i Z to kobiety,
S : P i W kłamią,
Z : P, W i S mówią prawdę.

Prawdą jest, że:

☐ a) wszyscy kłamią,

☐ b) jeden student mówi prawdę,

☐ c) wszyscy mówią prawdę.

Zadanie 6. Jeżeli liczbę dwucyfrową podzielimy przez sumę jej cyfr, to otrzymamy 6 i resztę 3. Jeżeli podzielimy tę liczbę przez sumę cyfr powiększoną o 2, to otrzymamy 5 i resztę 5. Liczba ta jest:

☐ a) większa od 60 ,

☐ b) mniejsza od 90,

☐ c) parzysta.

Zadanie 7. Dwa boki trójkąta o polu $S = \frac{2}{5}ab$ mają długości a i b. Prawdą jest, że:

☐ a) obwód tego trójkąta jest równy $\frac{6}{5}ab$,

☐ b) trzeci bok trójkąta ma długość $\sqrt{(a-b)^2 + \frac{4}{5}ab}$,

☐ c) trzeci bok trójkąta ma długość $\sqrt{(a-b)^2 + ab}$.

Zadanie 8. Liczba $\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{6-\sqrt{32}}$ jest liczbą:

- a) wymierną,
- b) całkowitą,
- c) pierwszą.

Zadanie 9. Liczba $2016^{2015}+2016^{2016}+2016^{2017}+2016^{2018}$ jest podzielna przez:

- a) 3,
- b) 7,
- c) 2017.

Zadanie 10. Odległości środka okręgu wpisanego w trapez prostokątny od końców ramienia nieprostopadłego do podstaw są równe 5 i 10. Prawdą jest, że:

- a) pole trapezu jest równe 90,
- b) obwód trapezu jest równy $18\sqrt{5}$,
- c) średnica okręgu ma długość 10.

Zadanie 11. Równanie $x^2+ax+b=0$ ma dwa różne pierwiastki, którymi są liczby a i b. Zatem:

- a) $ab<0$,
- b) $ab<-1$,
- c) $ab<-2$.

Zadanie 12. Dla każdej liczby naturalnej n liczba n^5-n jest:

- a) podzielna przez 2,
- b) podzielna przez 3,
- c) podzielna przez 5.

Zadanie 13. Moneta o średnicy 1 cm toczy się po obwodzie sześciokąta foremnego o boku 1 cm tak długo, aż powróci do położenia początkowego. Droga, którą zakreśli środek monety ma długość:

- a) większą niż 9 cm,
- b) większą niż 10 cm,
- c) większą niż 11 cm.

Zadanie 14. Równanie $y^2-y=x^2-x$ opisuje na płaszczyźnie:

- a) okrąg,
- b) dwie proste,
- c) dwie proste prostopadłe.

Zadanie 15. Dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność:

a) $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 > 0$,

b) $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 100 > 0$,

c) $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 2016 > 0$.

Zadanie 16. Polem rombu o obwodzie 16 cm nie może być:

a) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$,

b) 4π,

c) 18.

Zadanie 17. Jeśli wiadomo, że $x + \frac{1}{x}$ jest liczbą całkowitą, to prawdą jest, że:

a) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ jest liczbą całkowitą,

b) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ jest liczbą całkowitą,

c) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 18. Dla pewnego ciągu arytmetycznego (a_n) zachodzi równość $2S_{2n} = S_{4n}$ dla $n \in \mathbb{N}_+$. Wynika z tego, że:

a) ciąg (a_n) jest rosnący,

b) taki ciąg nie istnieje,

c) ciąg (a_n) jest stały.

Zadanie 19. Funkcja f spełnia równanie $x \cdot f(x) + f(\frac{1}{x}) = 1 + f(x)$, dla $x \neq 0$. Zatem:

a) $f(2) > 3$,

b) $f(2) < 4$,

c) $f(2) < 0$.

Zadanie 20. Pewna funkcja liniowa f spełnia warunek $f(1000) + f(1015) = 3$. Wtedy wartość wyrażenia $f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(2015)$ jest:

a) większa niż 2000,

b) większa niż 3000,

c) większa niż 4000.

ZADANIA OTWARTE

1. Oblicz sumę $\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{98\cdot99\cdot100}$.

2. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p, dla których każda z liczb $p^2+2,\ p^3+2,\ p^4+2$ jest liczbą pierwszą. Przedstaw odpowiednie obliczenia lub pełny tok rozumowania.

ROZWIĄZANIE:

BRUDNOPIS